

Lycée Collégial Complexe Pédagogique Aghbalou	Série numéro 01 Continuité d'une fonction numérique	Pr. LAGUSIBY Mustafa Année scolaire : 2022-2023 Niveau : 2ème Bac PC/SVT
Exercice 01 : Etudier la continuité des fonctions suivantes au point a. 1. $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3+2x^2+3x+2}{x^2+4x+3} ; x \neq -1 \\ f(-1) = 1 \end{cases}$ et $a = -1$. 2. $\begin{cases} g(x) = \frac{\sin(x-2)}{x^2-2x} \\ g(2) = \frac{1}{2} \end{cases}$ et $a = 2$. 3. $\begin{cases} h(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{2x}}{x-\sqrt{x}} \\ h(1) = 0 \end{cases}$ et $a = 0$		Exercice 07 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$. 1 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[1; +\infty[$ puis vérifier que $1 < \alpha < 2$ 2 Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25. 3 Donner le signe de f sur $[1; +\infty[$.
Exercice 02 : 1 Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} ; x > 2 \\ f(x) = \frac{x^2-4x+3}{x-3} ; x \leq 2 \end{cases}$ Etudier la continuité de f à droite et à gauche en 0. 2 Soit g la fonction définie par $\begin{cases} g(x) = x^3 + ax ; x > -1 \\ g(x) = -x + 1 ; x \leq -1 \end{cases}$ Déterminer la valeur de a pour que g soit continue en -1 .		Exercice 08 : On considère la fonction f définie sur $] -\infty, -1[$ par $g(x) = \frac{2x+3}{x+1}$. 1 Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. 2 Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout x de J .
Exercice 03 : Montrer que la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2-1} & x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$ est continue sur $\mathbb{R}^+$.		Exercice 09 : Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$. 1) Déterminer Df l'ensemble de définition de la fonction f . 2) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de Df . 3) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} sur l'intervalle J que l'on déterminera. 4) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x dans J .
Exercice 04 : Dans chaque cas, étudier la continuité de la fonction f sur l'intervalle I . 1. $f(x) = x^2 + x - \sqrt{x} + \frac{1}{x}$; $I =]0; 5[$. 2. $f(x) = \frac{-x^2+x}{x+2}$; $I = [0; +\infty[$. 3. $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - x + 2$; $I = [-1; +\infty[$		Exercice 10 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : 1) $x^6 - 3 = 0$; 2) $x^3 + 7 = 0$; 3) $\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} = 0$ 3). $\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} = 0$. 4) $\sqrt[3]{2+x} + \sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{4}$ 5). $\sqrt[3]{1-\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$
Exercice 05 : On considère f la fonction définie par $f(x) = 2x^3 - 3x^2$. 1. Dresser le tableau de variation de la fonction. 2. Déterminer les images des intervalles suivants $]1; 0[$; $[1; 2]$; $[-1; 2]$; $[1; +\infty[$ par f .		Exercice 11 : Calculer les limites suivantes : 1) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[5]{x^3 + 24}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[4]{x^5 - 3x^2 + 4}$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 2} - 2x$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x}$ 5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{x-1}$ 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x+25} - 3}{x^2 - 3x + 2}$
Exercice 06 : 1). Montrer que l'équation $\sqrt{x^3 + 8x + 1} = 2$ admet au moins une solution dans $[0; 2]$. 2). Montrer que l'équation $1 + \sin(x) - x = 0$ admet une unique solution dans $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$. 3). Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^3 + x - 1$. a). Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α sur $\mathbb{R}$. b). Montrer que $\alpha \in]0; 1[$.		Exercice 12 : 1. Simplifier les nombres suivants : $A = \frac{\sqrt[3]{7 \times 7^{\frac{2}{5}}}}{7^{\frac{1}{4}}}$ $B = \frac{\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{2 \times 3^3}}{\sqrt[3]{27} \times \sqrt{6}}$ $C = \frac{10\sqrt{25} \times 12\sqrt{8}}{\sqrt[4]{4^3} \times \sqrt[4]{16} \times \sqrt[6]{2^{15}}}$. 2. Rendre rationnels les dénominateurs des nombres suivants : $A = \frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}$ $B = \frac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}}$ $C = \frac{1}{1+\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{9}}$. "ليس الجمال بأثواب تزينا *** إن الجمال جمال العلم والأدب"

