

Collège IBN AL MOAATAZ	Série d'exercice n°7 "Equations - Inéquations – Systèmes" Pr. LAGUSIBY Mustafa	Année scolaire : 2021-2022
Exercice 01 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $5x - 5 = 0 ; \frac{1}{3}x + 1 = 0 ; 2 - x = 0 ; \sqrt{6} - 12x = 0 ; 8x - 2\sqrt{2} = 0.$ 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $2x - 7 = \frac{1}{3}(12x - 9) ; \frac{2x-1}{4} + \frac{3x-2}{2} = 4 - \frac{5x}{12} ; (2x - 1)(3x + 2) = 0$ $(2x - 1)(1 - x) \left(2 - \frac{1}{2}x\right) = 0 ; x - 3 = 5 ;$ $ x + 3 = 6 ; 9x^2 - 3x = 0 ; (3x - 2)(4x + 1) = 2x(6x - 4).$ Exercice 02 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $(3x - 5)^2 = 16 ; \quad \sqrt{3x - 2} = 7 ; \sqrt{x^2 + x + 1} = x + 1$ $(x^2 - 4)^2 = 81 ; \sqrt{\frac{5x-4}{3x+1}} = 3 ; x\sqrt{7} + \sqrt{2} = \sqrt{7} - x\sqrt{2}$ Exercice 03 : 1) Résoudre les inéquations suivantes : $x - 4 > 0 ; \frac{1}{2}x - 4 \geq 0 ; 6 - 3x < 0 ; \sqrt{3} - 18x \geq 0.$ 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : $x - \frac{2}{3} \leq \frac{3}{2} \left(2x + \frac{1}{2}\right) ; (2x - 3)(-5x + 5) \leq 0 ;$ $(3x - 4)(1 - x) \geq 0 ; (3x - 4)(1 - x)(2x + 1) > 0 ;$ $ 3x - 2 < x + 1 ; x - 2 < 4x - 1 .$ 3) Soit m un paramètre réel. Résoudre dans les équations suivantes : $(m - 1)x + 2m + 1 = 0 ; (3m + 1)x - 6m + 1 = 0 ;$ $(2 - m)x + 3mx + 2(m - x) - 6 = 0 ;$ $(3m + 5)x + 3m = (2m - 5)x + m + 1.$ Exercice 04 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2 - 3 = 0 ;$ $2x^2 + 6 = 0 ; 4x^2 + 4x + 1 = 0 ; x^2 + 6x + 9 = 0 ; 3x^2 +$ $2\sqrt{15}x + 5 = 0 ; 3x^2 - 5x - 2 = 0.$ 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes : $x^2 - 6x + 8 = 0 ;$ $9x^2 + 2x + \frac{1}{9} = 0 ; 3x^2 + 2x + 1 = 0 ; x^2 + 4x + 5 = 0 ;$ $4x^2 - 4\sqrt{5}x + 5 = 0 ; -2x^2 - 5x - 7 = 0.$ 3) Factoriser les équations de la question 2 c'est possible. Exercice 05 : Résoudre les équations suivantes : $\sqrt{x + 1} = 2x - 3 ; \sqrt{x^2 - 8} = 2x - 5 ; \sqrt{2x - 1} = 1 - 2x$ $x - 5\sqrt{x} + 4 = 0 ; -x^4 + 3x^2 - 2 = 0$ Exercice 06 : 1) Déterminer le signe de $P(x)$ où, a) $P(x) = x^2 + 4x - 5$ b) $P(x) = -x^2 + x + 6$ c) $P(x) = 3 - 2x + x^2$ d) $P(x) = -x^2 + x\sqrt{2} - 1$ 2) Résoudre les inéquations : a) $x^2 + 4x - 4 \leq 0$ b) $-x^2 + x + 6 > 0$ c) $-2x^2 + x + 1 < 0$ e) $29x \geq x^2 - 96$ f) $x^2 + x - 20 \leq 0$ Exercice 07 :		1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équations suivants : $(S_1): \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad (S_2): \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 8x + 4y = 3 \end{cases} \quad (S_3): \begin{cases} \frac{1}{2}x - 3y = 1 \\ x - 6y = 2 \end{cases}$ 2) En déduire les solutions des systèmes d'équations suivants : $\begin{cases} 2 x + y = 1 \\ 3 x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 1 \\ 3x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ Exercice 8 : 1. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes : $2x - y - 3 \leq 0 \text{ Et } x - 2y - 1 \geq 0.$ 2. En déduire les solutions du système : $\begin{cases} 2x - y - 3 \leq 0 \\ x - 2y - 1 \geq 0 \end{cases}$ 3. Résoudre graphiquement le système $\begin{cases} 2x - 3y - 12 \leq 0 \\ 3x - 2y - 5 \geq 0 \\ 7x + -9y - 49 \leq 0 \end{cases}$ Exercice 9 : Donner deux nombres réels dont la somme vaut 12 et le produit 35. Exercice 10 : 1- Montrer que (E) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 2- Déterminer le signe de x_1 et x_2 3- Sans déterminer x_1 et x_2, Montrer que $x_1^2 + x_2^2 = 23$ Exercice 11 : On considère la polynôme $P(x)$ définie par : $P(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$. (1) Montrer que 1 est solution de $P(x) = 0$. (2) Factoriser $P(x)$. (3) Résoudre l'équation : $P(x) = 0$. (4) En déduire le signe de $P(x)$. Exercice 12 : (E) désigne l'équation : $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$. 1) Vérifie que 0 n'est pas solution de (E). 2) Démontrer que si a est solution de (E) alors $\frac{1}{a}$ est solution de (E). (3) Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation : (E') : $x^2 - 4x + 2 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$ 4) Calculer $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$. 5) Montrer que si en posant $t = x + \frac{1}{x}$ l'équation (E') se ramène à une équation du second degré. (6) Résoudre alors (E). Exercice 13 : On considère le polynôme suivant : $P(x) = 3x^3 + (3\sqrt{2} - 4)x^2 - (4\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}.$ (1) - a - Montrer que 1 est une racine de $P(x)$ b - Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x) = (x - 1)Q(x)$. (2) - a - Vérifier que : $\sqrt{19 + 6\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 1$. b - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ (3) - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \leq 3x(3x - 1)(x - 1)$. " S'il n'y a pas de solutions, c'est qu'il n'y a pas de problèmes SHADOKS"

